SEDUC
Secretaria de Estado de Educação

Governo de Mato Grosso

Secretaria Adjunta de Gestão Educacional - SAGE

Aprendizagem Conectada

Resolução Comentada

9ª Semana

2º Ano/EM

Nome da Escola	
Nome do Estudante	
Ano/Ciclo	

Unidade 2

Área de Matemática

Matemática: Arranjos e Combinações. Parte II

Atividade 1

a) Uma pessoa tem uma caixa com 10 livros guardados e possui uma prateleira onde cabem apenas 4 deles. De quantos modos ela pode escolher 4 dos 10 livros e colocá-los em uma pilha sobre a prateleira?

Resposta: O número de maneiras de fazer isso é precisamente $A_{10,4}$, já que devemos escolher 4 elementos dentre 10 e a ordem em que esses elementos forem escolhidos é relevante, uma vez que ela determinará a ordem em que os livros serão empilhados. Assim, a resposta é:

$A_{10,4} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5.040.$

b) Apresente duas formas de calcular o arranjo $A_{7,3}$.

Resposta:

$A_{7,3} = 7.6.5 = 210$ ou $A_{7,3} = \frac{7!}{7-3!} = \frac{7\,.\,6\,.\,5\,.\,\cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 7\,.\,6\,.\,5 = 210$

c) Determine o valor de n na expressão: $A_{n,2} = 5n - 8$.

Resposta:

$A_{n,2} = 5n - 8$. Primeiramente, aplicamos a fórmula do arranjo na primeira parte da equação.

$\frac{n!}{n-2!} = 5n - 8$ Agora, fatoramos para a simplificação da fórmula.

$\frac{n(n-1).\cancel{(n-2)!}}{\cancel{n-2!}} = 5n - 8$ Simplificamos a equação.

$n(n-1) = 5n - 8$ resolvendo a equação, teremos

$n^2 - n - 5n + 8 = 0$ assim, temos uma equação quadrática.

$n^2 - 6n + 8 = 0$ Resolvendo a equação, determinamos o valor de n.

$n_1 = \frac{36+2}{2} = 19$ e $n_2 = \frac{36-2}{2} = 17$

d) Encontre o valor de n na equação: $A_{n,3} = n^3$

Resposta:

$A_{n,3} = n^3$ Primeiramente, aplicamos a fórmula do arranjo na primeira parte da equação.

$\frac{n!}{n-3!} = n^3$ Agora, fatoramos para a simplificação da fórmula.

$\frac{n(n-1).(n-2).\cancel{(n-3)!}}{\cancel{n-3!}} = n^3$ Simplificamos a equação.

$n(n-1).(n-2) = n^3$ Resolvendo a equação teremos.

$\cancel{n^3} - 3n^2 - n = \cancel{n^3}$ Simplificamos novamente a equação.

$-3n^2 - n = 0$ Resolvendo a equação, encontramos o valor de n.

$n_1 = \frac{1+1}{-6} = -\frac{1}{3}$ e $n_2 = \frac{1-1}{-6} = 0$

Atividade 2

a) Numa sala há 6 pessoas e cada uma cumprimenta todas as outras pessoas com um único aperto de mão. Quantos foram os apertos de mão?

Resposta: Como cada aperto de mão são necessárias duas pessoas, então temos n = 6

E p = 2 e usando a fórmula de combinação, teremos:

$$C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)!\,.\,2!} = \frac{6\,.\,5\,.\,\cancel{4!}}{\cancel{4!}\,.\,2\,.\,1} = \frac{6\,.\,5}{2} = 15$$

b) De um pelotão de 10 soldados, quantas equipes de cinco soldados podem ser formadas se em cada equipe um soldado é destacado como líder?

Resposta: Nesse caso, escolhe-se primeiro o líder e, com o restante, escolhem-se os outros quatro da equipe, ou seja, para cada 1 dos 10 soldados que serão possíveis líderes, restarão 9. Então, aplicaremos na fórmula de combinação, com n = 9 e p = 4.

$$10 \,.\, C_{9,4} = 10 \,.\, \frac{9!}{(9-4)!\,.\,4!} = 10 \,.\, \frac{9\,.\,8\,.\,7\,.\,6\,.\,\cancel{5!}}{\cancel{5!}\,.\,4\,.\,3\,.\,2\,.\,1} = 10 \,.\, \frac{3024}{24} = 10 \,.\, 126 = 1260$$

c) Em grupo de 14 pessoas, existem 5 médicos, 6 advogados e 3 engenheiros. Quantas comissões de 7 pessoas podem ser formadas, cada qual constituída de 3 médicos, 2 advogados e 2 engenheiros?

Resposta: Como em cada comissão é preciso que tenha 3 médicos, usaremos $C_{5,3}$

Em cada comissão é preciso que tenha 2 advogados, assim usaremos $C_{6,2}$

Em cada comissão é preciso que tenha 2 engenheiros, então usaremos $C_{3,2}$

Dessa forma multiplicamos os resultados de cada combinação.

$$C_{5,3} \,.\, C_{6,2} \,.\, C_{3,2} = \frac{5\,.\,4\,.\,3}{3} \,.\, \frac{6\,.\,5}{2} \,.\, \frac{3\,.\,2}{2} = 20 \,.\, 15 \,.\, 3 = 900$$

Atividade 3: São dados 10 pontos no plano, de maneira que não existe reta que contenha mais de dois destes pontos.

a) Qual o número de retas que contém dois destes pontos?

Resposta: Como a reta passará por dois pontos, então aplicaremos a fórmula de combinação com n = 10 e p = 2.

$$C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!\,.\,2!} = \frac{10\,.\,9\,.\,\cancel{8!}}{\cancel{8!}\,.\,2\,.\,1} = \frac{90}{2} = 45$$

b) Quantos triângulos podem ser desenhados, cujos vértices são três destes pontos?

Resposta: Como o triângulo precisa passar por três pontos, então aplicaremos a fórmula de combinação com n = 10 e p = 3.

$$C_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!\,.\,3!} = \frac{10\,.\,9\,.\,8\,.\,\cancel{7!}}{\cancel{7!}\,.\,3\,.\,2\,.\,1} = \frac{720}{6} = 120$$

c) Quantos heptágonos podem ser desenhados, cujos vértices são sete destes pontos?

Resposta: Como o heptágono precisa passar por sete pontos, então aplicaremos a fórmula de combinação com n = 10 e p = 7.

$$C_{10,7} = \frac{10!}{(10-7)!\,.\,7!} = \frac{10!}{(3)!\,.\,7!} = \frac{10\,.\,9\,.\,8\,.\,\cancel{7!}}{3\,.\,2\,.\,1\,.\,\cancel{7!}} = \frac{720}{6} = 120$$

Desafios 1: Considerando um grupo de 20 pessoas que participam de um conselho consultor de uma empresa, calcule:

a) O número de maneiras de escolher um presidente, um vice-presidente e um diretor para o conselho.

Resposta: Devemos escolher 3 pessoas dentre as 20, mas veja que o papel dessas 3 pessoas não é simétrico, posto que elas irão desempenhar funções diferentes. Logo, a ordem em que elas serão escolhidas é relevante, de forma que o número de maneiras de realizar as escolhas é igual a:

$$A_{20,3} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6.840.$$

b) O número de maneiras de montar uma equipe de 4 pessoas do conselho para realizar uma tarefa.

Resposta: Nesse caso, basta escolhermos 4 dentre as 20 pessoas, pois a ordem das escolhas não é relevante para determinar a equipe escolhida. Assim, o número de maneiras é igual a:

$$C_{20,4} = \frac{20\,.\,19\,.\,18\,.\,17}{4\,.\,3\,.\,2\,.\,1} = \frac{116280}{24} = 4845$$